# 2022年高中毕业年级第三次质量预测
# 理科数学试题卷

**注意事项:**

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

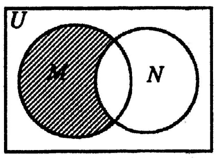
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

## 第Ⅰ卷(选择题,共60分)

**一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.**

1. 设全集$U=\mathbf{R}$,集合$M=\{0,1,2,3,4,5\}$,$N=\{x\,|\,y=\sqrt{x-2}\}$,则下面Venn图中阴影部分表示的集合是




A. $(-\infty,2)$　　B. $(-\infty,2]$

C. $\{0,1\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 在复平面内,复数$z=\dfrac{1+2i}{(1+i)^2}$(其中$i$为虚数单位)对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知等比数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$,若$S_n=3^{n-2}+k$,则$k$的值为

A. $\dfrac{1}{9}$　　B. $-\dfrac{1}{9}$　　C. 1　　D. $-1$

4. 设函数$f(x)=\begin{cases}\log_2(-x+4),x<2,\\2^x,x>2,\end{cases}$则$f(-4)+f(\log_2 5)=$

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5. 已知$\frac{\sin\alpha+2\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=2$，则 $\tan2\alpha=$

A. $-\frac{8}{17}$　　B. $\frac{8}{17}$　　C. $-\frac{8}{15}$　　D. $\frac{8}{15}$

6. 用一个平面截正方体，截面可能出现的形状是

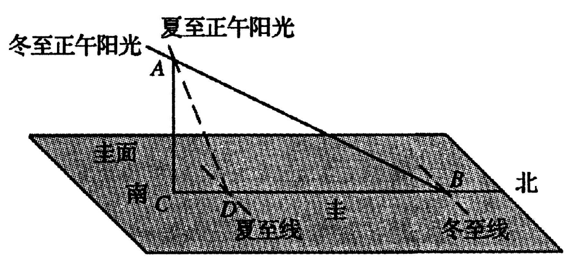
①等边三角形　　②直角梯形　　③菱形　　④五边形

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ①③④　　D. ②③④

7. 在$\triangle ABC$中，$D$是$BC$上一点，$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$M$是线段$AD$上一点，$\overrightarrow{BM}=t\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$，则$t=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{5}{8}$

8. 位于登封市告成镇的观星台相当于一个测量日影的圭表. 圭表是我国古代一种通过测量正午日影长度来推定节气的天文仪器，它包括一根直立的标竿（称为“表”）和一把呈南北方向水平固定摆放的与标竿垂直的长尺（称为“圭”）. 当正午太阳照射在表上时，日影便会投影在圭面上，圭面上日影长度最长的那一天定为冬至，日影长度最短的那一天定为夏至. 如图是一个根据郑州市的地理位置设计的圭表的示意图，已知郑州市冬至正午太阳高度角（即$\angle ABC$）约为32.5°，夏至正午太阳高度角（即$\angle ADC$）约为79.5°，圭面上冬至线与夏至线之间的距离（即$DB$的长）为14米，则表高（即$AC$的长）约为（其中$\tan32.5°\approx\frac{3}{5}$，$\tan79.5°\approx\frac{27}{5}$）




A. 9.27 米

B. 9.33 米

C. 9.45 米

D. 9.51 米

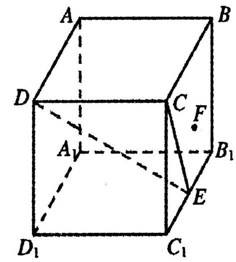
9. 已知函数 $f(x)=a\sin2x+\cos2x$ 的一条对称轴方程为 $x=\frac{\pi}{6}$，把函数$f(x)$的图象上所有的点向左平移$\varphi(0<\varphi<\pi)$个单位，可得到函数 $y=g(x)$的图象，若函数$g(x)$为奇函数，则$\varphi$的值为

A. $\frac{5\pi}{12}$　　　B. $\frac{\pi}{2}$　　　C. $\frac{7\pi}{12}$　　　D. $\frac{2\pi}{3}$

10. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 $F$，过 $F$ 的直线交抛物线于 $A$，$B$ 两点，则 $|AF|+4|BF|$ 的最小值为

A. 6　　　B. 9　　　C. 12　　　D. 15

11. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 $E$ 是棱 $B_1C_1$ 的中点，$F$ 是侧面 $BCC_1B_1$ 内的动点，且 $BF\perp$ 平面 $CDE$，当 $\triangle CDF$ 的外接圆面积最小时，则三棱锥 $D-BCF$ 的外接球的表面积为




A. $8\pi$　　　B. $9\pi$

C. $10\pi$　　　D. $12\pi$

12. 已知 $a=e^{0.3}$，$b=\frac{\ln 1.5}{2}+1$，$c=\sqrt{1.5}$，则它们的大小关系正确的是

A. $a>b>c$　　　B. $a>c>b$　　　C. $b>a>c$　　　D. $c>b>a$

## 第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13. 设变量 $x$，$y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0,\\ x-2y+3\geqslant 0,\\ x-7\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为________.

14. 函数 $f(x)=\frac{\cos x}{e^x}$ 的图象在 $x=0$ 处切线的倾斜角为________.

15. 党的十九大报告提出“乡村振兴战略”，要“推动城乡义务教育一体化发展，高度重视农村义务教育”. 为了响应报告精神，某师范大学 6 名毕业生主动申请到某贫困山区的乡村小学工作，若将这 6 名毕业生分配到该山区的 3 所乡村小学，每所学校至少分配 1 人，则分配方案的总数为________.

16. 在$\triangle ABC$中，角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$. 若$2c\sin B=(2a+c)\tan C$，$b\sin A\sin C=\sqrt{3}\sin B$，则$\triangle ABC$面积的最小值是________.

**三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或验算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题，考生根据要求作答.**

**(一)必考题：60分**

17.（12分）

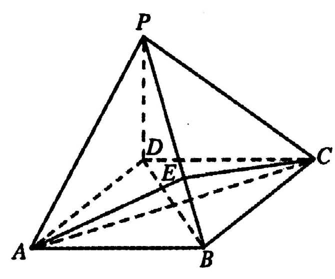
已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，$a_n-\frac{1}{2}S_n=2^n$.

（Ⅰ）证明数列$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$为等差数列；

（Ⅱ）求数列$\{S_n\}$的前$n$项和$T_n$.

18.（12分）

如图，四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为菱形，$PD=2$，$BD=2\sqrt{2}$，$E$是$PB$上一点，$\overrightarrow{PE}=\lambda\overrightarrow{EB}$.




（Ⅰ）若$PB\perp$平面$ACE$，求实数$\lambda$的值；

（Ⅱ）在（Ⅰ）的条件下，若$\angle BCD=60°$，求二面角$B-PC-D$的正弦值.

19.（12分）

据悉强基计划的校考由试点高校自主命题，校考过程中达到笔试优秀才能进入面试环节. 已知甲、乙两所大学的笔试环节都设有三门考试科目且每门科目是否达到优秀相互独立. 若某考生报考甲大学，每门科目达到优秀的概率均

为$\frac{1}{3}$，若该考生报考乙大学，每门科目达到优秀的概率依次为$\frac{1}{6}$，$\frac{2}{5}$，$n$，其中$0<n<1$.

（Ⅰ）若$n=\frac{1}{3}$，分别求出该考生报考甲、乙两所大学在笔试环节恰好有一门科目达到优秀的概率；

（Ⅱ）强基计划规定每名考生只能报考一所试点高校，若以笔试过程中达到优秀科目个数的期望为依据作出决策，该考生更希望进入甲大学的面试环节，求$n$的范围.

20.（12分）

设$A$、$B$分别为椭圆$C$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右顶点，设$M(0,-1)$是椭圆下顶点，直线$MA$与$MB$斜率之积为$-\frac{1}{4}$.

（Ⅰ）求椭圆$C$的标准方程；

（Ⅱ）若一动圆的圆心$Q$在椭圆上运动，半径为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.过原点$O$作动圆$Q$的两条切线，分别交椭圆于$E$、$F$两点，试证明$|OE|^2+|OF|^2$为定值.

21.（12分）

设函数$f(x)=x^2-x+a\ln x(a>0)$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）若$f(x)$存在两个极值点$x_1,x_2$，证明：$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>4a-\frac{1}{2}$.

**(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.在答题卷上将所选题号涂黑,如果多做,则按所做的第一题计分.**

22.[选修:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 $xOy$ 中,曲线 $C_1$ 的方程为 $x^2+(y-1)^2=1$. $P$ 为曲线 $C_1$ 上一动点,且 $\overrightarrow{OQ}=2\overrightarrow{OP}$,点 $Q$ 的轨迹为曲线 $C_2$. 以坐标原点为极点,$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(Ⅰ)求曲线 $C_1$, $C_2$ 的极坐标方程;

(Ⅱ)曲线 $C_3$ 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{2}{1+\sin^2\theta}$,点 $M$ 为曲线 $C_3$ 上一动点,求 $|MQ|$ 的最大值.

23.[选修:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|3x-a|+|x+1|$.

(Ⅰ) 若 $a=2$,求不等式 $f(x)\leqslant 6x$ 的解集;

(Ⅱ) 若 $a>\dfrac{3}{2}$时,函数 $f(x)$的图象与直线 $y=a$ 所围成图形的面积为$\dfrac{1}{24}$,求实数 $a$ 的值.